

Kaavakokoelma: Tfy-99.2262 Elollisen aineen fysiikka I

Vastuu lukijalla. Mieliäpäähä ei korvata.

Kevät 2011 | Mika Mäntykangas

VÄLIKOE 1

$F = \frac{q_1 q_2}{D x^2}$: sähköinen voimavaikutus kahden varatun hiukkasen välillä

$D = 4\pi\epsilon = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r$: dielektrinen vakio pallomaisille asioille

$\frac{dE}{dx} = F$: saadaan esim sidosenergia viemällä toinen sähkövaraus äärettömän kauas

$\Delta Q = \sqrt{\langle Q^2 \rangle - \langle Q \rangle^2}$: keskipoikkeama, standardipoikkeama, RMS

$pV = Nk_b T = nRT$: ideaalikaasun tilanyhtälö ja sen yhteys termiseen energiaan

$k_B T = m \langle v_x^2 \rangle$: termien energia, huoneenlämmössä $4,1 \times 10^{-21}$ J

$E_k = \frac{1}{2} m \langle \mathbf{v}^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$: kaikkiin dimensioihin huomioitu kineettinen energia ideaalikaasupartikkelille

$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi m}}$: molekyylien keskimääräinen nopeus (jokin toinen lähestymistapa, ei johdettu)

$\Delta U = mgh = \rho Vgh$: potentiaaliero ja massa ilmaistu tilavuuden ja tiheyden avulla, voidaan merkata termisen energian suuruiseksi ja laskea esim. ilmassa leijuvien partikkelien kokoa

$P(\text{tila}) = \alpha e^{\frac{-E}{k_B T}}$: Boltzman-jakauma, todennäköisyys voidaan korvata usein esim. konsentraatiolla, kertoo todennäköisyyden, jolla hiukkanen löytyy joltain alueelta, samaa muotoa on myös ns. Arrheniuksen

yhtälö

$\langle x_N^2 \rangle = NL^2$: satunnaisliikkeellä N askeleen jälkeen kuljettu matkan neliöllinen odotusarvo

$D = \frac{L^2}{2\Delta t} = \frac{NL^2}{2t}$: Einstein-Schmolukowski -yhtälö, diffuusiokertoimen määrittelmä

$\langle \mathbf{r}_N^2 \rangle = 6Dt$: diffuusiolaki kolmessa ulottuvuudessa, vakioksi 2 tai 4 kun 1- tai 2-ulotteinen

$v_{drift} = \frac{F}{\zeta} = \frac{\langle \Delta x \rangle}{\Delta t} = \frac{\langle v_{0,x} \rangle \Delta t + \frac{F \Delta t^2}{2m}}{\Delta t}$: kitkalaki, jonka mukaan kitka aiheutuu partikkelien törmäyksistä

$\zeta = \frac{2m}{\Delta t} = 6\pi\eta R$: kitkakerroin yleisesti ja pallomaisille partikkeleille (Stokesin laki, η on nesteen viskositeetti)

$\zeta D = k_B T$: Einstein-relaatio, kitkan dissipaation (kitkakerroin) ja fluktuaation paikan suhteen (diffuusiokerroin) lämpötilariippuvuus on lineaarinen, vaikka muuten lämpötilariippuvuudet olisivat moniulotteiset

$j = -D \frac{dc}{dx} = -D \frac{dc}{dr}$: Fickin laki, kokonaisvirtaus on verrannollinen vain diffuusiokertoimeen ja konsentraation muutosnopeuteen paikan suhteen (pallokoordinaatisto kätevä)

$f = jA$: törmäystaajuus on vuon ja pinta-alan tulo

$\frac{\partial c_i}{\partial t} = D_i \frac{\partial^2 c_i}{\partial x^2} = D_i \nabla^2 c$: Diffuusioyhtälö, jos virtaus muuttuu myös ajan funktiona eli $c(x,t)$

$j = -P \Delta c = -\frac{DB}{L} \Delta c$: virtaus voidaan esittää myös permeabiliteetin avulla, missä on yhdistetty väliaineen diffuusiokerroin, partitiokerroin (yksilöllinen eri aineille) ja paksuus, esim. biologisessa kalvossa konsentraatio pienenee lineaarisesti, voidaanmitata kokeellisesti

$\epsilon = E = \frac{\Delta V}{l}$: sähkökenttä

$j = D \left(-\frac{dc}{dx} + \frac{qcc}{k_B T} \right)$: Nernst-Planck -elektrodifфуusioyhtälö, missä summattu yhteen konsentraatiogradientin ajama vuo ja sähkökentän ajama vuo

$\Delta(\ln c) = -\frac{q \Delta V_{eq}}{k_B T}$: Nernstin yhtälö, saadaan kun ed. kaava asetetaan nettovirtauksesta nolaksi (equilibrium)

$\Delta V_{eq} = \frac{k_B T}{ze} \ln(c_1/c_2) = \frac{RT}{ze} \ln(c_1/c_2) \approx 58 \log_{10}(c_1/c_2) [mV]$: Nerns-

tin potentiaali, edellistä potkaisuella, alaindeksi konsentraatiossa $1 \rightarrow 2$ vastaa potentiaalia, sähkökentän suuntahan on $+$ \rightarrow $-$, likiarvossa oletettu yksiarvoinen ioni, yleensä $c_1/c_2 = c_{out}/c_{in}$

$$\frac{dU}{dV} = \frac{1}{2}\epsilon E^2 \quad : \text{ sähkökentän energia tilavuudessa}$$

$$\frac{dU}{dq} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad : \text{ sähkökentän energia varauksessa}$$

$$E_{fot} = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad : \text{ valokvantin energia}$$

$$P = \frac{W}{t} \quad : \text{ tehon ja työn suhde on kääntäen aikariippuva}$$

$$n = \frac{N}{N_A} \quad : \text{ ainemäärä}$$

$$m = nM \quad : \text{ massa moolimassan mukaan}$$

$$n = cV \quad : \text{ ainemäärä konsentraation funktiona}$$

$$U = I_i \sum R_i = q_i A j_i \sum R_i = I_i \sum \frac{k_B T l}{D_i q_i^2 c A} \quad :$$

$$\kappa = \frac{l}{AR} = \frac{Dq^2 c}{k_B T} \quad : \text{ sähkönjohtavuus, ujutettuna edelliseen (ja tästä voi pyöräyttää resistanssin)}$$

$$Q = cm\Delta t \quad : \text{ lämpömäärä}$$

$\Delta U = mg\Delta z - \rho_m V g \Delta z = m_{net} g \Delta z \quad : \text{ sedimentointia aiheuttava potentiaalimuutos, kappaleen siirtymän ja sen vastaavasti siirtämä väliaineen erotus, voidaan suoraan käyttää Boltzmann-jakaumassa, ei kerro sedimentoitumisnopeudesta}$

$$F = -\frac{dU}{dz} = m_{net} g \quad : \text{ nettovoima sedimentaatiossa}$$

$$F = m_{net} r \omega^2 \quad : \text{ kiertoliikkeen aiheuttama kappaleeseen kohdistuva voima, sentrifugointi}$$

$$s = \frac{v_{drift}}{g'} = \frac{m_{net}}{\zeta} \quad : \text{ saostumisvakio}$$

$$F_{crit} = \frac{\eta^2}{\rho_m} \quad : \text{ kriittinen voima viskoosissa nesteessä, kun } F/F_{crit} \text{ on pieni, on vesikin viskoosia}$$

$$F = -\frac{\eta v_0 A}{d} \quad : \text{ voima, joka kohdistuu vastakkaiseen suuntaan kuin liike } d\text{-paksuisen nestekerroksen liikuessa, pienillä } v_0 \text{ nesteet toimivat "levymäisesti"}$$

$$\mathcal{R} = \frac{vR\rho_m}{\eta} \quad : \text{ Reynoldsin luku, kertoo milloin virtauksia voidaan käsitellä laminaarisina (kitkavoima hallitsee, pieni Reynolds) tai turbulentsina (inertiavoimat merkityksellisiä, suuri Reynolds)}$$

$$v(r) = \frac{(R^2 - r^2)p}{4L\eta} \quad : \text{ laminaarisen virtauksen virtausprofiili sylinterissä}$$

$$Q = \int_0^R 2\pi r v(r) dr = \frac{\pi R^4 p}{8L\eta} \quad : \text{ Hagen-Poiseuille -yhtälö}$$

$$\mu_i = \mu_{0,i} + RT \ln c_i + U = \mu_{0,i} + RT \ln c_i + z_i F \phi \quad : \text{ sähkökemiallinen potentiaali, missä huomioitu niin kemiallinen kuin sähköinenkin osuus}$$

VÄLIKOE 2

$$\frac{I}{N} = -K \sum_{j=1}^M P_j \ln P_j \quad : \text{ Shannonin kaava, missä } I \text{ on epäjärjestys, } N \text{ toistojen lukumäärä (esim. merkkijonon pituus), } K \text{ vakio ja } P_j \text{ toistojen todennäköisyys, voidaan ratkaista maksimiarvoksi } I_{max} = K \ln \Omega = K \ln M^N \text{ kun } P_j\text{:t ovat yhtä suuria}$$

$$S = \frac{k_B}{K} I = k_B \ln \Omega \quad : \text{ entropian määritelmä, } \Omega \text{ kuvaa tilojen lukumäärää joilla partikkelien kokonaisenergia on } E, \text{ eli suurempi tilojen määrä kasvattaa lukua ja myöskin tekee systeemistä todennäköisimmän entropian maksimoituessa}$$

$$S = k_B N \ln(V E^{3/2}) + S_0 \quad : \text{ Sakur-Tetrode -yhtälön supistettu muoto, ideaalikaasun entropia, josta kuitenkin lähinnä muutokset } \Delta S \text{ laskettavissa, } S_0 \text{ on monimutkainen funktio, kun verrataan kahta tilaa energioiltaan } E_A \text{ ja } E_B \text{ saadaan derivaatan nollakohdasta toisen suhteen tasapainotilaan, missä energia partikkelia kohti on sama (eli sama lämpötila) ja tämä saavutetaan spontaanisti}$$

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dE} \quad : \text{ lämpötilan määritelmä, lämpötila ei riipu systeemin koosta (intensiivisuure) mutta entropia riippuu (ekstensiivisuure)}$$

$$E = \frac{3}{2} N k_B T \quad : \text{ systeemin termien energia lämpötilan ja hiukkasluvun avulla ilmaistuna kolmessa vapausasteessa}$$

$$F = E - TS \quad : \text{ Helmholtzin vapaa energia, joka vakio lämpötilassa ja tilavuudessa minimoituu spontaanisti, paine ei vakio}$$

$$G = H - TS = E + pV - TS \quad : \text{ Gibbsin vapaa energia, ero Helmholtziin se, että nyt paine ja lämpötila vakioita, tilavuus ei, } H \text{ on entalpia}$$

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{\Delta E}{k_B T}} \quad : \text{ aktivaatiokynnyksen yli muodostuu Boltzmann-jakautunut tasapainotila, joka ei riipu aktivaatiovallin koosta } \Delta E^+, \text{ ei riipu ajasta mitenkään}$$

$$\frac{dN_1}{dt} = k_+ N_2(t) - k_- N_1(t) = k_+(N_{tot} - N_1(t)) - k_- N_1(t) \quad : \text{ nopeus, jolla aktivaatiovallin yli tasapainotila saavutetaan}$$

$P_2(t) = k_+ e^{-k_+ t}$: todennäköisyys sille, että molekyyli on tilassa P_2 ajan t , vastaavasti myös toisinpäin mutta nopeusvakiolla k_-

$r_A = -\frac{d[A]}{dt} = k[A]^a[B]^b$: reaktion nopeuslaki, missä A ja B kuvaavat lähtöaineita ja a ja b näiden reaktiokertalukua kyseisten lähtöaineiden suhteen (kokeellinen suure, ei välttämättä kokonaisluku)

$Z = \sum e^{-\frac{E_j}{k_B T}}$: partitiofunktio

$p_{eq} = ck_B T = \frac{nk_B T}{V}$: van't Hoffin relaatio laimeille liuksille, tasapainotila, missä voi esimerkiksi paine-eron verrata hydrostaattiseen paineeseen (nestepintojen korkeus ja osmoottinen paine, $p = z\rho g$)

$\Sigma = \frac{Rp}{2}$: Laplace-yhtälö, pintajännitys (käytössä myös γ)

$\frac{\Delta F}{A} = 2ck_B T R$: tyhjennysvuorovaikutus, depleetiovuorovaikutus, kuvaa voimaa joka muodostuu kahden A-alaisen pinnan välille etäisyydellä R toisistaan

$p(z) = p_0 + \rho_m g(z - z_0)$: painovoiman partikkeliin kohdistama paine nesteessä

$\frac{dp}{dz} = k_B T \frac{dc}{dz}$: osmoottisen paineen muodostuminen konsentraatio-gradientissa, osmoottinen paine on paine, joka tarvitaan pysäyttämään virtaus (ei muodostuva paine)

$\gamma = \frac{dE}{dA}$: pintajännityksen määritelmä

$E_{pinta} = -\frac{\sigma q}{\epsilon}$: pinnan sähkökenttä

$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho_q(x)}{\epsilon}$: Gaussin laki, sähkökentän voimakkuus etäisyydellä x varausjakaumalla $\rho_q(x)$, elektronegatiivisuusehto yhdessä pintavarauksen kanssa

$\sigma = -\int \rho_q(x) dx$: elektronegatiivisuusehto

$\frac{d^2 V}{dx^2} = -\frac{\rho_q}{\epsilon}$: Poisson-yhtälö, suoraan edellisestä kun $E(x) = -dV/dx$

$\frac{d^2 V}{dx^2} = -\frac{e}{\epsilon} \sum z_i c_{i0} e^{\frac{z_i e V(x)}{k_B T}}$: Poisson-Boltzmann -yhtälö, kuvaa varausjakauman käyttäytymistä sähkökentässä

$\rho_i = e z_i c_i = \rho_{0i} e^{-\frac{x_i e V(x)}{k_B T}}$: varaustiheys

$\mu_\alpha = -T \frac{dS}{dN_\alpha} \frac{d}{dt} \Big|_{E, N_\beta, \beta \neq \alpha}$: kemiallisen potentiaalin määritelmä ent-

ropian minimoitumisen kannalta

$\mu = k_B T \ln\left(\frac{c}{c_0}\right) + \mu_0(T) + zeV$: sähkökemiallinen potentiaali, missä sisäenergiatermi $\mu_0(T)$ erotettuna, c_0 on vain yksikönpoisto 1 mol/l, sähköinen potentiaalitermi on zeV , kun verrataan kahta konsentraatiota, saadaan potentiaalien erotuksesta ΔV Nernstin potentiaali, kun sähkökemiallinen potentiaali on kahden ionilajin välillä erisuuri, on näiden välillä entrooppinen voima

$a = e^{\frac{\mu - \mu_0}{k_B T}}$: molekyylin aktiivisuus sisäenergialla lausuttuna

$K_{eq} = e^{-\frac{\Delta G_0}{k_B T}} = \frac{[X_{k+1}]^{v_{k+1}} \dots [X_m]^{v_m}}{[X_1]^{v_1} \dots [X_k]^{v_k}}$: tasapainovakio

$\text{pH} = \text{pK}_{H^+} = -\log_{10}[H^+]$: pH:n määritelmä, pH on vain tasapainovakio veden protonikonsentraatiolle

$V_0 = \frac{V_{max}[S]}{[S] + K_m}$: Michaelis-Menten -yhtälö, kertoo reaktion nopeuden V_0 muodostuu kun oletetaan kompleksin ES muodostumisnopeus ja hajoamisprosessi yhtä nopeiksi, lisäksi $V_0(K_m) = V_{max}/2$, Michaelisvakio $K_m = \frac{k_{-1} + k_2}{k_1}$

$\Delta V_i = I_i R_i + V_i^{Nernst}$: yksinkertaistettu malli solukalvon läpäisevyydestä, analogia sähköfysiikkaan, eli $U_i = \Delta V - V_i^{Nernst}$

$I_C = \frac{d\Delta V}{dt}$: solukalvon yli kulkeva virta kondensaattorianalogialla, kapasitanssi solukalvolla noin 1 $\mu\text{F}/\text{cm}^2$, kokonaisvirta lasketaan tämän ja edellisen kohdan summana eli $I_{tot} = I_C + \sum g_i U_i$